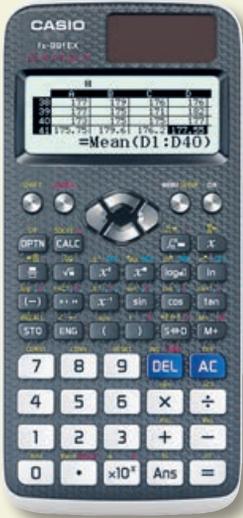


## I. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS NUMÉRICOS CON CALCULADORA CIENTÍFICA

### USO DE LA CALCULADORA CIENTÍFICA CLASSWIZ fx-991EX DE CASIO EN PROBLEMAS CON SOLUCIÓN NUMÉRICA

Texto desarrollado por Alex Polo Velázquez

#### A.1 Introducción



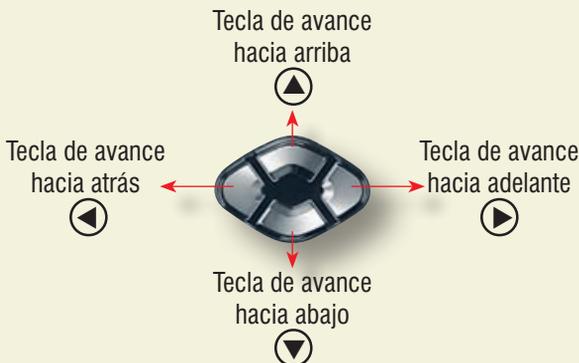
La calculadora científica ClassWiz fx-991EX de Casio usa el método conocido como Natural-V.P.A.M (siglas en inglés de método algebraico visualmente perfecto natural) que permite introducir y visualizar las expresiones matemáticas tal como se escriben normalmente en un pizarrón o en un libro de texto, además de que las funciones (como  $\log$ ,  $\ln$ ,  $\cos$ , etc.), los operadores (como  $\int$ ,  $d/dx$ , etc.) y las constantes (como  $e$ ,  $\pi$ ,  $i$ , etc.) aparecen en la pantalla. También permite editar fácilmente expresiones matemáticas que se deseen corregir o a las que se les quieran introducir valores nuevos (sin necesidad de volver a escribir toda la expresión).

#### A.2 Leyenda de teclas

La función específica de la mayoría de las teclas depende de si previamente se oprió la tecla  o  y también del modo de cálculo que se haya seleccionado. Si se oprió previamente  la función que realiza es la que se encuentra en amarillo y si la que se oprió fue  se realiza la que se encuentra en rojo. Si se está usando el modo de números complejos se realiza la función que aparece en morado y en el modo de sistemas numéricos de base  $n$  la que aparece en azul.



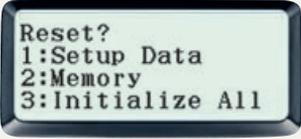
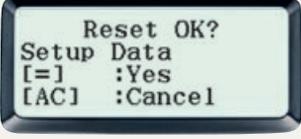
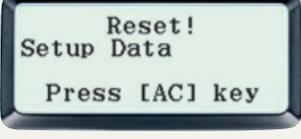
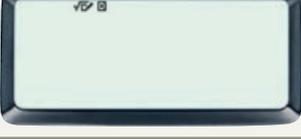
En la figura siguiente se indica la función de las teclas de movimiento que se localizan debajo de la pantalla y se muestra la forma en que se representarán.



### A.3 Procedimiento inicial para todos los cálculos

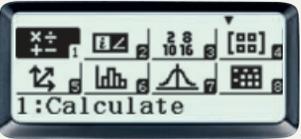
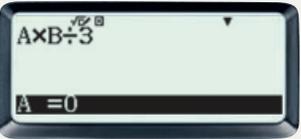
Encienda la calculadora presionando la tecla .

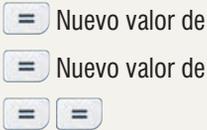
Antes de realizar cualquier cálculo es recomendable poner la calculadora en su configuración predeterminada como se indica a continuación:

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Poner la calculadora en su configuración predeterminada	      Nota: Si también desea borrar el contenido de las memorias la secuencia debe ser:      	   

### A.4 Evaluación de fórmulas

La calculadora permite guardar una fórmula para que sólo se tengan que introducir los valores de las variables cada vez que se desee evaluarla. A continuación se muestran los pasos a seguir para guardar la fórmula del volumen de una pirámide  $V = \frac{h \times B}{3}$  y evaluarlo para diversos valores de  $h$  y de  $B$  (ejemplo 2 sección 241):

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos generales (opción 1:Calculate)	 	
Introducir la fórmula Se asigna a la altura $h$ la variable $A$ y al área de la base la variable $B$	       	

Evaluar la fórmula para $h$ $= 12$ y $B = 36$ (En una banda oscura aparecen los valores previos de $A$ y $B$ )		
Evaluar la fórmula para otros valores de $h$ y $B$		

### A.5 Ecuaciones simultáneas de primer grado con dos, tres o cuatro incógnitas

La calculadora permite obtener directamente la solución de sistemas de ecuaciones simultáneas de primer grado con dos, tres o cuatro incógnitas con tan sólo introducir los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y &= b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y &= b_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= b_3 \end{aligned}$$

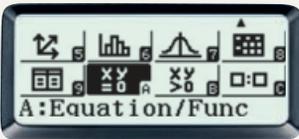
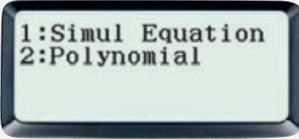
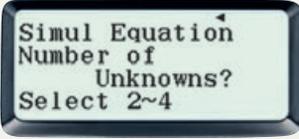
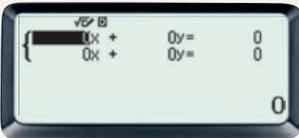
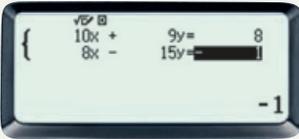
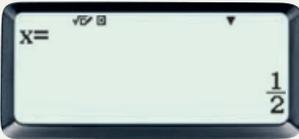
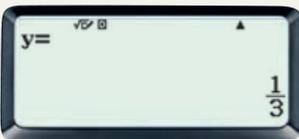
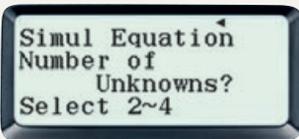
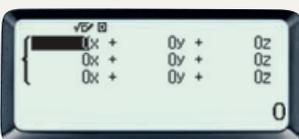
$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t &= b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}t &= b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}t &= b_3 \\ a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t &= b_4 \end{aligned}$$

A continuación se presenta el procedimiento para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones simultáneas:

a)  $10x + 9y = 8$   
 $8x - 15y = -1$  (sección 297)

b)  $x + 4y - z = 6$   
 $2x + 5y - 7z = -9$   
 $3x - 2y + z = 2$  (ejemplo 1 de la sección 306)

Los coeficientes y términos independientes se introducen en el orden predeterminado  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{14}$ ,  $b_1$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{24}$ ,  $b_2$ ,  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$ ,  $a_{34}$ ,  $b_3$ ,  $a_{41}$ ,  $a_{42}$ ,  $a_{43}$ ,  $a_{44}$ ,  $b_4$ , aunque con las teclas de movimiento se pueden introducir en el orden en que se desee e incluso se pueden corregir. Una vez introducido un valor se debe oprimir  $=$  para pasar a la siguiente posición. Si un valor es cero se debe usar la secuencia  $0 =$  o bien  $\text{⏏}$ . Para introducir valores negativos se usa  $(-)$ .

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos de ecuación y función (opción <b>A:Equation/Func</b> )		
Seleccionar la opción de ecuaciones simultáneas		
Introducir el número de incógnitas para el sistema del inciso a)		 
Introducir los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes.		
Obtener la solución del sistema. Para pasar al valor de la siguiente incógnita oprima  .		 
Introducir el número de incógnitas para el sistema del inciso b)		 

Introducir los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes.



$$\begin{cases} 1x + 4y - 1z = 12 \\ 2x + 5y - 2z = 72 \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} + 4y - 1z &= 6 \\ + 5y - 7z &= 9 \\ - 2y + 1z &= 2 \end{aligned}$$

Obtener la solución del sistema.



$$x =$$

$$y =$$

$$z =$$

## A.6 Determinantes

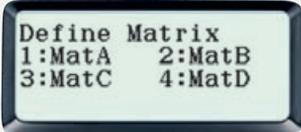
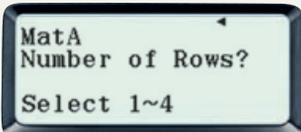
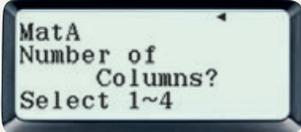
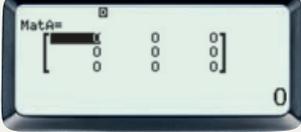
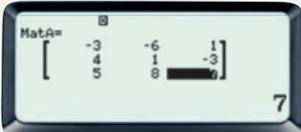
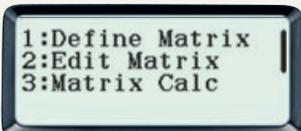
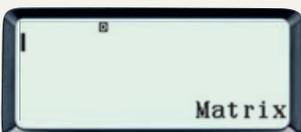
La calculadora permite calcular determinantes de primero, segundo, tercero y cuarto orden con tan sólo introducir sus elementos:

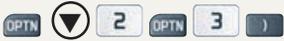
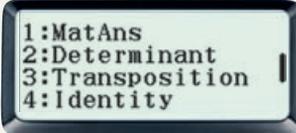
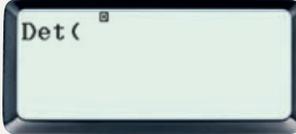
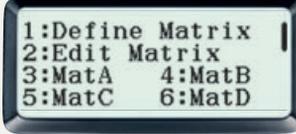
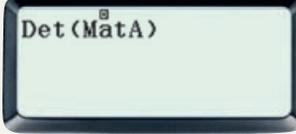
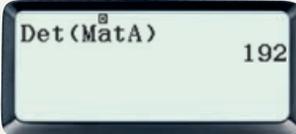
$$\left| a_{11} \right|, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Los elementos del determinante se introducen en el orden predeterminado  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44}$  aunque con las teclas de movimiento se pueden introducir en el orden en que se desee e incluso se pueden corregir. Una vez introducido un valor se debe oprimir  $\boxed{=}$  para pasar a la siguiente posición. Si un valor es cero se debe usar la secuencia  $\boxed{0} \boxed{=}$  o bien  $\boxed{\blacktriangleright}$ . Para introducir valores negativos se usa  $\boxed{-}$ .

A continuación se presenta el procedimiento para evaluar el determinante (ejemplo 2 sección 308):

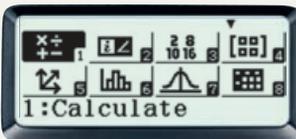
$$\begin{vmatrix} -3 & -6 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ 5 & 8 & 7 \end{vmatrix}$$

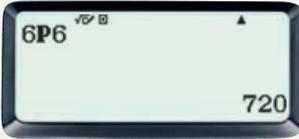
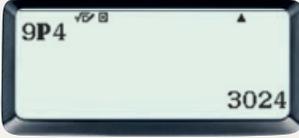
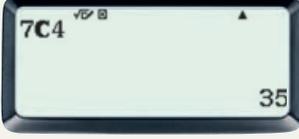
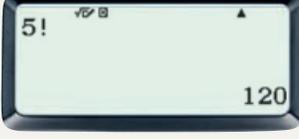
Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos con matrices (opción <b>4:Matrix</b> )	 <b>4</b>	
Definir una matriz (se puede seleccionar cualquiera A, B, C o D)	<b>1</b>	
Introducir el orden del determinante. Se debe definir una matriz cuadrada cuyo número de renglones sea igual al número de columnas, ambos iguales al orden del determinante a calcular.	<b>3</b> <b>3</b>	  
Introducir los elementos de la matriz (son los mismos que los del determinante).		
Especificar que se va a realizar una operación con la matriz definida. (Opción de cálculos con matrices: <b>3:Matrix Calc</b> )	OPTN <b>3</b> o simplemente <b>AC</b>	 

Especificar que se va a calcular el determinante de la matriz definida (opción <b>2:Determinant</b> )		 
		  
Cálculo del determinante de la matriz definida		

### A.7 Análisis combinatorio

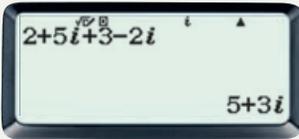
La calculadora permite calcular directamente el número de permutaciones o combinaciones posibles cuando se toman  $r$  elementos de  $n$  ( ${}_n P_r$  o  ${}_n C_r$  respectivamente) así como el factorial de un número ( $n!$ ). El procedimiento se muestra a continuación:

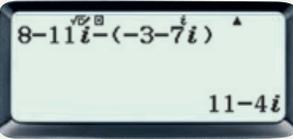
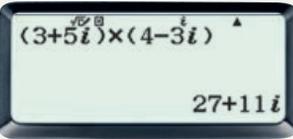
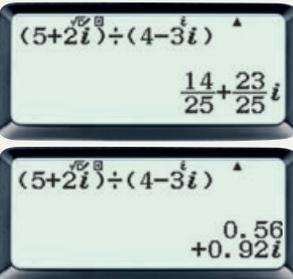
Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos generales (opción <b>1:Calculate</b> )		

<p>Calcular el número de permutaciones en las que se toman todos los elementos (<math>n</math> de <math>n</math>).                  Por ejemplo, calcular <math>{}_6P_6</math> (ejemplo 2 sección 337).</p>		
<p>Calcular el número de permutaciones en las que sólo se toman <math>r</math> elementos de <math>n</math>.                  Por ejemplo, calcular <math>{}_9P_4</math> (ejemplo 1 sección 334).</p>		
<p>Calcular el número de combinaciones en las que se toman <math>r</math> elementos de <math>n</math>.                  Por ejemplo, calcular <math>{}_7C_4</math> (ejemplo 1 sección 341).</p>		
<p>Calcular el factorial de un número. Por ejemplo, calcular <math>5!</math> (ejemplo 1 sección 337).</p>		

### A.8 Operaciones básicas con números complejos

Con la calculadora se pueden realizar directamente las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y potenciación de números complejos, ya que cuenta con una tecla para el número imaginario  $i$  (ENG). No es necesario usar la tecla  $\times$  para multiplicarlo por un número real, por ejemplo,  $5i$  se puede introducir usando la secuencia de teclas  $5$  ENG.

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
<p>Seleccionar el modo de cálculos con números complejos (opción <b>2:Complex</b>)</p>		
<p>Suma de números complejos                  Sumar <math>2 + 5i</math> y <math>3 - 2i</math> (ejemplo 1 sección 416).</p>		

<p>Resta de números complejos Restar <math>-3 - 7i</math> de <math>8 - 11i</math> (ejemplo 2 sección 418). Observe que es necesario usar paréntesis.</p>		
<p>Multiplicación de números complejos Multiplicar <math>3 + 5i</math> por <math>4 - 3i</math> (ejemplo 1 sección 420). Observe que es necesario usar paréntesis.</p>		
<p>División de números complejos Dividir <math>5 + 2i</math> entre <math>4 - 3i</math> (ejemplo 1 sección 422). Observe que es necesario usar paréntesis. Para ver el resultado en decimal se oprime <math>\text{S} \leftrightarrow \text{D}</math>.</p>		

### A.9 Ecuaciones de segundo, tercero o cuarto grado con una incógnita

La calculadora permite obtener directamente todas las soluciones reales y complejas de ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado con una incógnita con sólo introducir sus coeficientes:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

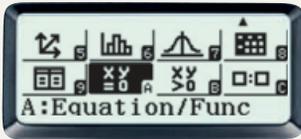
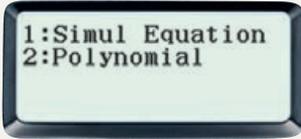
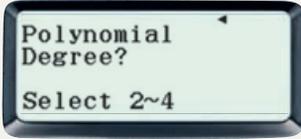
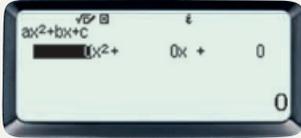
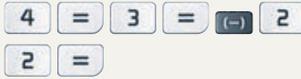
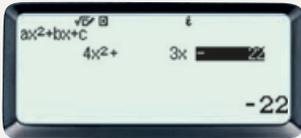
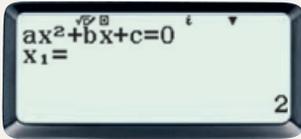
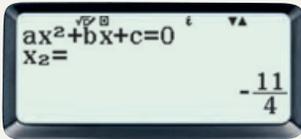
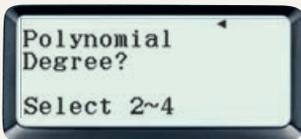
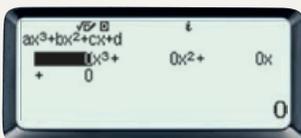
$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

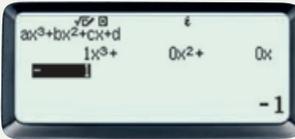
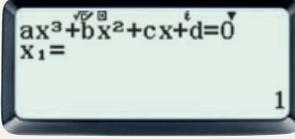
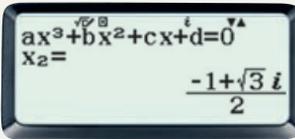
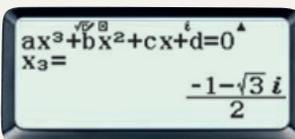
Los coeficientes se introducen en el orden predeterminado  $a, b, c, d, e$  aunque con las teclas  $\leftarrow$  y  $\rightarrow$  se pueden introducir en el orden en que se desee e incluso se pueden corregir. Una vez introducido un valor se debe oprimir  $=$  para pasar a la siguiente posición. Si un valor es cero se debe usar la secuencia  $0 =$  o bien  $\rightarrow$ . Para introducir valores negativos se usa  $(-)$ .

A continuación se presenta el procedimiento para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones simultáneas:

a)  $4x^2 + 3x - 22 = 0$  (ejemplo 1 sección 428)

b)  $x^3 - 1 = 0$  (sección 459)

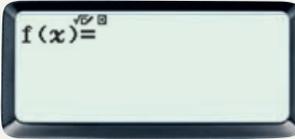
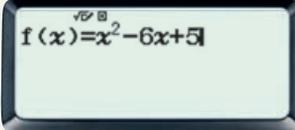
Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos de ecuación y función (opción <b>A:Equation/Func</b> )		
Seleccionar la opción de polinomio		
Introducir el grado de la ecuación del inciso a)		 
Introducir los coeficientes de la ecuación.		
Obtener las dos raíces de la ecuación de segundo grado.		 
Introducir el grado de la ecuación del inciso b)		 

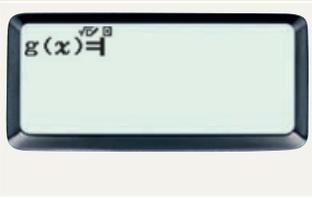
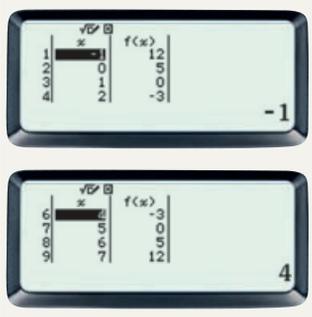
Introducir los coeficientes de la ecuación.	$1 = 0 = 0 =$ $(-)$ $1 =$	
Obtener las tres raíces de la ecuación de tercer grado.	$= = =$	  

### A.10 Tabulación de funciones

La calculadora permite tabular una o dos funciones simultáneamente ( $f(x)$  y  $g(x)$ ). En la primera columna aparecen los valores  $x$  desde un valor inicial hasta un valor final con un incremento dado, en la segunda columna los valores de  $f(x)$  y en la tercera columna (si existe) los valores de  $g(x)$ .

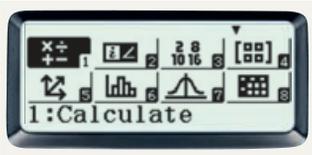
A continuación se muestra el procedimiento para tabular la función  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  (ejemplo 1 sección 455) de  $x = -1$  a  $x = 7$  con  $\Delta x = 1$ :

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de generación de tabla (opción <b>9:Table</b> )	 $9$	
Introducir la primera función a tabular. Para la variable independiente se debe usar la tecla $x$	$x$ $x^2$ $-$ $6$ $x$ $+$ $5 =$	 

<p>Introducir la segunda función a tabular. Como sólo se va a graficar una función este paso se omite oprimiendo [=].</p>		
<p>Introducir los valores inicial (<b>Start</b>) y final (<b>End</b>) y el incremento (<b>Step</b>) Ya tienen valores predeterminados que normalmente se deben cambiar. El valor que se va a introducir aparece en una banda oscura.</p>		
<p>Generar tabla. Cuando no se pueda ver la tabla completa en la pantalla se puede recorrer con las teclas (▼) y (▲).</p>		

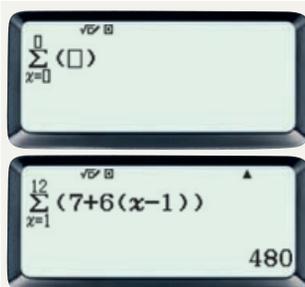
### A.11 Series aritméticas y geométricas

Para calcular el valor de una serie se usa la secuencia de teclas  . Para introducir la expresión matemática de la serie se debe usar la variable  $x$  (tecla ) como índice de la suma (en vez de las que comúnmente se emplean como  $i, j, k, m$  o  $n$ ). Es muy importante usar correctamente paréntesis internos para obtener el resultado esperado. A continuación se ilustra el procedimiento para una serie aritmética y una geométrica.

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
<p>Seleccionar el modo de cálculos generales (opción 1:Calculate)</p>		

Serie aritmética:

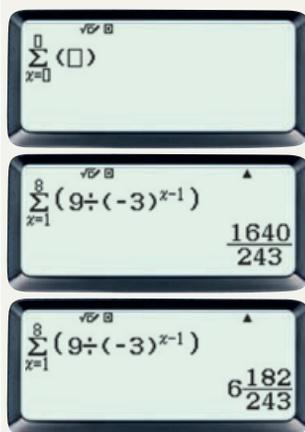
$$\sum_{n=1}^{12} [7 + 6(n - 1)] \text{ (ejemplo 1 sección 468)}$$



Serie geométrica:

$$\sum_{n=1}^8 \left[ 9 \left( -\frac{1}{3} \right)^{n-1} \right] \text{ (ejemplo 2 sección 475).}$$

Para pasar el resultado a fracción mixta se oprime la secuencia

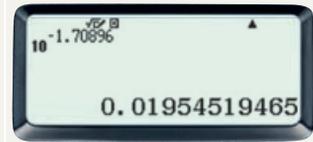


## A.12 Logaritmos y antilogaritmos

La calculadora permite calcular logaritmos de cualquier base y, en particular, los decimales y naturales (base  $e$ ) y antilogaritmos decimales y naturales. El procedimiento se muestra a continuación.

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos generales (opción <b>1:Calculate</b> )		
Logaritmos decimales Calcular $\log(1234)$ (inciso 2 sección 488)		

Antilogaritmos decimales  
 Calcular antilog  
 (-1.70896) (ejemplo 3  
 sección 494)



**A. 13 Interés compuesto, anualidades e imposiciones**

Para el cálculo de interés compuesto, anualidades e imposiciones es importante usar pa-  
 réntesis. Para ilustrar el procedimiento se calculará la expresión  $a = \frac{500\,000 \times 0.04 \times 1.04^{15}}{1.04^{15} - 1}$   
 (ejemplo 1 sección 502). Puesto que estos problemas tienen que ver con dinero el resultado  
 se debe dar hasta centavos, es decir, el resultado se debe redondear a dos decimales.

Acción	Secuencia de teclas	Pantalla que se visualiza
Seleccionar el modo de cálculos generales (opción 1:Calculate)		
Redondear los resultados a dos decimales		
Evaluar la expresión Calcular la anualidad dada por la expresión $a = \frac{500\,000 \times 0.04 \times 1.04^{15}}{1.04^{15} - 1}$ (ejemplo 1 sección 502). Observe que se usaron paréntesis en el denomi- nador.		